

数 学 A

(80 分)

注意 解答を導くための過程も解答用紙に書きなさい。
解答用紙の裏面に解答を記入してはいけません。

数学 A

注意 解答を導くための過程も解答用紙に書きなさい。
解答用紙の裏面に解答を記入してはいけません。

1 (配点 35)

次の問いに答えなさい。

- (1) 方程式 $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ を解きなさい。
- (2) $3^m + 6^n = 5^2 \cdot 3^n$ を満たすような自然数の組 (m, n) をすべて求めなさい。
- (3) 関数 $y = 9^x + 3^{-2x+4}$ の最小値とそれを与える x の値を求めなさい。

2 (配点 30)

次の [A], [B] のうちから、いずれか1つを選んで解答しなさい。

[A] 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、

$$S_n = n^3 + 3n^2 + 2n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 一般項 a_n を求めなさい。
- (2) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とするとき、 $\sum_{k=1}^n b_k < \frac{1}{3}$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) $\sum_{k=1}^n b_k \geq 0.3333$ を満たす最小の自然数 n を求めなさい。

[B] $OA : OB = 3 : 5$ を満たす三角形 OAB があり、 $\angle AOB$ の2等分線 ℓ と AB との交点を C とする。また、頂点 A を通り OB に平行な直線と ℓ との交点を D 、頂点 B を通り OA に平行な直線と ℓ との交点を E とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ として、次の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表しなさい。
- (2) $\overrightarrow{OD}$ と $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表しなさい。
- (3) 3つの線分の長さの比 $OC : CD : DE$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

3 (配点 35)

3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ に対して、曲線 $y = f(x)$ は3点 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(r, 0)$ を通る。ただし、 a, b, c, d および r は実数の定数で、 $a < 0$ かつ $r > 2$ を満たすとする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形のうち、 $0 \leq x \leq 2$ の部分の面積を S 、 $2 \leq x \leq r$ の部分の面積を T とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) d を求めなさい。また、 b と c について、それぞれ a, r を用いて表しなさい。
- (2) $S = 24$ のとき、 a を r を用いて表しなさい。
- (3) a, r は(2)で求めた条件を満たすとする。導関数 $f'(x)$ に対して $f'(x) = 0$ が $x = 4 \pm \frac{2}{3}\sqrt{21}$ を解にもつとき、 a, r を求めなさい。
- (4) a, r は(3)で求めた値とする。 T を求めなさい。

受験番号	
------	--

数学A 解答用紙 (3枚中 その1)

得点



受験番号	
------	--

数学A 解答用紙 (3枚中 その2)

2

解答する問題の記号 (A または B) を右の欄へ記入しなさい。
※正しく記入していない場合は採点されないことがあります。

受験番号	
------	--

数学A 解答用紙 (3枚中 その3)



数学 A（前期日程） 解答と出題意図

※各大問の出題意図と各問の解答を公表する。ただし、各問とも解答を導出するプロセスには、いくつものバリエーションがあるので、最終的に求める解のみを公表する。

なお、実際の採点では解答を導出するプロセスや記述の論理を重視している。

1 (出題意図)

指数・対数に関する方程式の解き方や、関数の最大・最小を求める力が備わっているかを問う。

(解答)

- (1) $x = 8, \sqrt{2}$ (2) $(m, n) = (6, 4)$ (3) 最小値 18, $x = 1$

2 [A] (出題意図)

数列の基本事項を身につけているか、また、数列と他の学習分野を関連づけて考察できるかを問う。

(解答)

- (1) $a_n = 3n(n+1)$ ($a_n = 3n^2 + 3n$ も可)

- (2) (略証)

$b_n = \frac{1}{3n(n+1)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$ であることに着目して、和を計算すると、

$$\sum_{k=1}^n b_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)$$

となる。ここで、 $\frac{1}{n+1} > 0$ であるから、 $1 - \frac{1}{n+1} < 1$ である。よって、

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) < \frac{1}{3}$$

- (3) $n = 9999$

2 [B] (出題意図)

平面ベクトルにおいて、内分、外分などの基本事項が身につけているかを問う。

(解答)

- (1) $\overrightarrow{OC} = \frac{5}{8}\vec{a} + \frac{3}{8}\vec{b}$ (2) $\overrightarrow{OD} = \vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$, $\overrightarrow{OE} = \frac{5}{3}\vec{a} + \vec{b}$ (3) $OC : CD : DE = 15 : 9 : 16$

3 (出題意図)

与えられた条件から 3 次関数を決定する基本事項が身についているか、またその過程で、微分と積分に関する基礎学力が身についているかを問う。

(解答)

(1) $d = 0, b = -a(r + 2), c = 2ar$

(2) $a = \frac{18}{1 - r}$

(3) $a = -2, r = 10$

(4) $T = 1024$