

数 学 B

(80 分)

注意 解答を導くための過程も解答用紙に書きなさい。
解答用紙の裏面に解答を記入してはいけません。

数学 B

注意 解答を導くための過程も解答用紙に書きなさい。
解答用紙の裏面に解答を記入してはいけません。

1 (配点 35)

次の問いに答えなさい。

- (1) 1 から n までの番号が書かれたカードが 1 枚ずつ計 n 枚ある。この中から 4 枚のカードを無作為に選び、書かれた番号が小さい順となるようにカードを並べ替える。このとき、2 番目にあるカードの番号が「2」となる確率を求めなさい。ただし、 $n \geq 4$ とする。
- (2) いくつかのサイコロを投げ、出た目の数が小さいものから順に並べ替えるという試行を考える。例えば、4 個のサイコロを投げて出た目が 1, 5, 2, 5 の場合は「1, 2, 5, 5」と並べ替え、1 番目は「1」、2 番目は「2」、3 番目と 4 番目はともに「5」となる。ただし、サイコロは 1 から 6 までの目がすべて等確率で出るものとする。
 - (a) 2 個のサイコロを投げて出た目の小さい順に並べ替える。このとき、2 番目が「2」となる確率を求めなさい。
 - (b) 4 個のサイコロを投げて出た目の小さい順に並べ替える。このとき、2 番目が「2」となる確率を求めなさい。

2 (配点 30)

次の [A]、[B] のうちから、いずれか 1 つを選んで解答しなさい。

[A] 「1」を 1 個、「2」を 2 個、「3」を 3 個、…と順に並べてできる数列を $\{a_n\}$ とし、以下の群数列を考える。

$$1 \mid 2, 2 \mid 3, 3, 3 \mid 4, 4, 4, 4 \mid 5, 5, 5, 5, 5 \mid 6, 6, \dots$$

これらの群を一番左から順に、第 1 群、第 2 群、第 3 群、…と呼ぶことにする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 100 が初めて現れる項、すなわち、第 100 群の 1 番目の項は最初から数えて第何項であるか求めなさい。
- (2) a_{2025} を求めなさい。
- (3) 初項から第 n 項までの和 S_n が、9000 に最も近い値となるような n をすべて求め、そのときの S_n を求めなさい。

[B] 辺 AD と辺 BC が平行で、 $AB = CD = DA = 20$ 、 $\angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$ を満たす台形 ABCD がある。辺 AB の中点を E とする。動点 P は点 A を始点として台形 ABCD の周上を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の順に 1 秒間に 2 ずつ移動する。また、線分 DE と線分 AP の共有点が存在するとき、その点を Q とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ として、次の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DC}$ を $\vec{b}$ 、 $\vec{d}$ を用いて表しなさい。
- (2) 点 P が辺 BC 上にあり線分 AP と線分 DE が直交するのは、点 P が移動を始めて何秒後か求めなさい。
- (3) 点 Q が線分 DE を 4:7 に内分するとき、 $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$ 、 $\vec{d}$ を用いて表しなさい。

3 (配点 35)

2 次関数 $f(x) = -x^2 + 4x$ 、 $g(x) = x^2 - ax + b$ ($a > -4$) について考える。2 つの放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ は $x > 0$ の範囲内のある点で接する、すなわち、ある同じ点で接する共通な接線をもつ。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) b を a を用いて表しなさい。
- (2) 2 つの放物線 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ の接点における共通な接線 ℓ の方程式を a を用いて表しなさい。
- (3) 2 つの放物線 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ および y 軸で囲まれた図形 D の面積 S を a を用いて表しなさい。
- (4) 図形 D を ℓ によって 2 つの部分に分けたとき、 ℓ の上側の部分の面積を S_1 、 ℓ の下側の部分の面積を S_2 とする。このとき、 S_1 と S_2 の大小関係として最も適切なものを次の (ア)~(エ) の中から選び、それを理由とともに答えなさい。

(ア) $S_1 > S_2$ (イ) $S_1 = S_2$ (ウ) $S_1 < S_2$ (エ) 大小関係は場合によって異なる

受験番号	
------	--

数学B 解答用紙 (3枚中 その1)

得点



受験番号	
------	--

数学B 解答用紙 (3枚中 その2)

2

解答する問題の記号 (A または B) を右の欄へ記入しなさい。
※正しく記入していない場合は採点されないことがあります。

受験番号	
------	--

数学B 解答用紙 (3枚中 その3)

3

数学 B（後期日程） 解答と出題意図

※各大問の出題意図と各問の解答を公表する。ただし、各問とも解答を導出するプロセスには、いくつものバリエーションがあるので、最終的に求める解のみを公表する。

なお、実際の採点では解答を導出するプロセスや記述の論理を重視している。

1 (出題意図)

独立でない試行の確率と、独立な試行の確率について、それぞれの処理能力や計算力が身についているかを問う。

(解答)

$$(1) \frac{12}{n(n-1)} \quad (2)(a) \frac{1}{12} \quad (2)(b) \frac{119}{432}$$

2 [A] (出題意図)

数列の項や和の求め方など基本事項が身についているかを問う。また、群数列において、各群の特徴を見極めて処理する応用力も問う。

(解答)

$$(1) \text{第 } 4951 \text{ 項}$$

$$(2) a_{2025} = 64$$

$$(3) n = 450, S_n = 9005$$

2 [B] (出題意図)

平面ベクトルにおいて、内分、外分などの基本事項が身についているかを問う。また、動点の位置によって異なる状況を分析する力も問う。

(解答)

$$(1) \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{d}, \overrightarrow{DC} = \vec{b} + \vec{d} \quad (2) 18 \text{ 秒後} \quad (3) \overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\vec{b} + \frac{7}{5}\vec{d}$$

3 (出題意図)

接線の方程式の求め方や、曲線で囲まれる図形の面積の処理などの、微分と積分に関する基本事項が身についているかを問う。

(解答)

$$(1) \quad b = \frac{1}{8}(a+4)^2$$

$$(2) \quad y = \frac{4-a}{2}x + \frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{2}a + 1$$

$$(3) \quad S = \frac{1}{96}(a+4)^3$$

$$(4) \quad (\text{イ}) \quad S_1 = S_2$$

(理由の要点)

$$S = \int_0^t 2(x-t)^2 dt = \frac{2}{3}t^3$$

また、放物線 $y = f(x)$ は l と $x = t$ で接することから、

$$S_2 = \int_0^t (x-t)^2 dt = \frac{1}{3}t^3$$

さらに、

$$S_1 = S - S_2 = \frac{2}{3}t^3 - \frac{1}{3}t^3 = \frac{1}{3}t^3 = S_2$$