

基礎学力検査（数理データサイエンス）出題例

1 数理基礎分野 出題例

以下に示す平方根の定義を踏まえて次の問いに答えよ。

2乗すると $a$ になる数を、 $a$ の平方根という。正の数 $a$ の平方根は、正のものと負のもの  
の2つがあり、それらの絶対値は等しい。正の平方根を $\sqrt{a}$ で表し、負の平方根を  
 $-\sqrt{a}$ で表す。また、0の平方根は0であり、 $\sqrt{0} = 0$ と定める。

注：ここでいう数とは実数のことである。

- (1) 25の平方根が5と-5であることを説明した次の文章の空欄を、適切な式や文言でうめよ。

5を2乗すると $5^2 = 5 \times 5 = 25$ である。 $5 > 0$ であるので、5は25の（ア）の平方根である。同様に-5を2乗すると $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ である。（イ）であるので、-5は25の（ウ）の平方根である。

根号 $\sqrt{\quad}$ を用いて表すと、 $5 =$ （エ）,  $-5 =$ （オ）である。

- (2)  $a$ を実数とする。等式 $\sqrt{a^2} = a$ が、全ての実数 $a$ について成り立つか否かを判定せよ。全ての実数 $a$ について成り立つのであれば、成り立つことを証明せよ。成り立たない場合があるならば、具体的な反例を1つ挙げて、実際に成り立っていないことを示せ。冒頭に「全ての実数 $a$ について成り立つ」か「成り立たない場合がある」のいずれか一方を明記すること。

- (3)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ であることを、平方根の定義に基づいて説明せよ。

- (4)  $a, b$ を正の実数とする。 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ であることを、平方根の定義に基づいて証明せよ。

- (5)  $a, k$ を正の実数とする。 $\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$ であることを証明せよ。

## 2 データサイエンス分野 出題例

久山君と尾道さんの以下の会話を讀んだうえで、設問に解答せよ。

久山: 日本は経済大国と言われているけど、あまりその実感がないんだよね。

尾道: GDP は世界 4 位だから、経済力は高いほうだと思うけど。

久山: GDP が高いと経済力も高いと言うけど、豊かさを本当に表しているのかな。

尾道: 豊かさを表す指標として「エンゲル係数」があるね。

久山: 確か、使えるお金のうち食費にける割合だっけ。

尾道: そう。食費は最低限かけないといけないから、豊かになればエンゲル係数が低くなるの。

久山: エンゲル係数が高くなると貧しいということだね。なら、貧しさの指標と言うほうがいいかもね。

尾道: たしかにね。でも、GDP とエンゲル係数に関係性があれば、GDP も豊かさの指標になることが説明できると思うの。

- (1) GDP とエンゲル係数に関係性があるかどうかを示したい。表 1 のデータを用いて、横軸にエンゲル係数、縦軸にGDPをとった散布図を作成せよ。また、その散布図を踏まえ、GDP とエンゲル係数に関係性があるかどうか述べよ。
- (2) (1)でエンゲル係数と比較する対象として「GDP」をそのまま用いたが、それで問題は無いか述べよ。もし問題があれば、その問題点と、その解決策としてどのような処理を施せばよいかについて述べよ。一方で問題が無い場合は「問題なし」と解答せよ。
- (3) 表1および表2で挙げたデータを活用して算出できる適切な「豊かさの指標」を提案せよ。また、提案した指標の利点等を、他の指標と比較したうえで論じよ。

(補足)

**ジニ係数:** 所得などの分布の均等度合を示す指標。ジニ係数の値は 0 から 1 の間をとり、係数が 0 に近いほど所得格差が小さく、1 に近いほど所得格差が拡大していることを示す。

**相対的貧困率:** 等価可処分所得が貧困ライン以下の世帯に属する国民の人口比率で示される。貧困ラインは全国民の等価可処分所得の中央値の50%の水準。

**国民貯蓄率:** 家計が得た可処分所得のうち、消費支出に回らずに手もとに残った貯蓄の割合を計算したもの。

表 1. 各国のエンゲル係数と GDP および関連基礎データ (2022年)

	エンゲル 係数(%)	GDP (兆ドル)	人口 (百万人)	労働力人口 (百万人)	為替レート (対ドル)	高齢化率 (%)
日本	26.0	4.28	125	69.0	133.7	29.2
アメリカ	16.0	27.96	334	161.2	1.000	17.1
イギリス	21.9	3.58	68	33.8	0.815	19.1
フランス	24.4	3.18	65	30.0	0.935	21.6
ドイツ	18.4	4.70	83	43.9	0.935	22.4
イタリア	25.7	2.28	60	25.1	0.935	24.0
スウェーデン	22.5	0.62	10	5.6	10.22	20.2
中国	30.5	18.10	1,448(*1)	800.7	6.923	13.7

エンゲル係数: OECD Data Explorer, 総務省「家計調査」, 中国国家統計局

労働力人口: OECD “Labour Force Statistics”, 総務省統計局「労働力調査(基本集計)」, ILO, ILOSTAT

GDP: IMF (国際通貨基金)

人口: 国連人口基金 (UNFPA) 「世界人口白書2022」

高齢化率: 世界銀行 (WORLD BANK)

(\*1) 2020年

表 2. 各国の経済関連指標 (2022年、ジニ係数・相対貧困率は2023年)

	ジニ係数 (2023年)	相対的貧困 率(%) (2023年)	失業率 (%)	国民 貯蓄率 (%)	経常収支 (十億ドル)
日本	0.34	15.4	2.6	3.6	89.9
アメリカ	0.39	18.0	3.6	1.9	-993.1
イギリス	0.37	12.5	3.8	1.1	-65.7
フランス	0.30	8.7	7.3	4.1	-39.6
ドイツ	0.31	11.6	3.1	9.0	160.2
イタリア	0.32	12.5	8.1	5.2	-36.3
スウェーデン	0.29	8.0	7.4	16.3	22.8
中国	0.45	21.0	5.2	45.7	443.4

ジニ係数(2023年): OECD

相対的貧困率(2023年): OECD

失業率: IMF “World Economic Outlook Databases”, 中国国家統計局

国民貯蓄率: OECD, UN “National Accounts”, 内閣府「2023年度国民経済計算」

経常収支: IMF “World Economic Outlook Database”

<解答例>

1 数理基礎分野 出題例

(1) ア：正，イ： $-5 < 0$ ，ウ：負，エ： $\sqrt{25}$ ，オ： $-\sqrt{25}$

(2) 成り立たない場合がある。

$a = -5$ とする。 $(-5)^2 = 25$ だから、 $\sqrt{(-5)^2}$ は、2乗して25になる数のうち正のものである。つまり、5である。 $\sqrt{(-5)^2} = 5 \neq -5$ である。

(3)  $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 = 2 \times 3$ である。

$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ を2乗すると $2 \times 3$ であるので、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ は $2 \times 3$ の平方根である。

また、 $\sqrt{2} > 0$ 、 $\sqrt{3} > 0$ であるので、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} > 0$ である。よって、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ は $2 \times 3$ の正の平方根である。つまり、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ である。

(4)  $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$ である。

$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ を2乗すると $ab$ であるので、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ は $ab$ の平方根である。

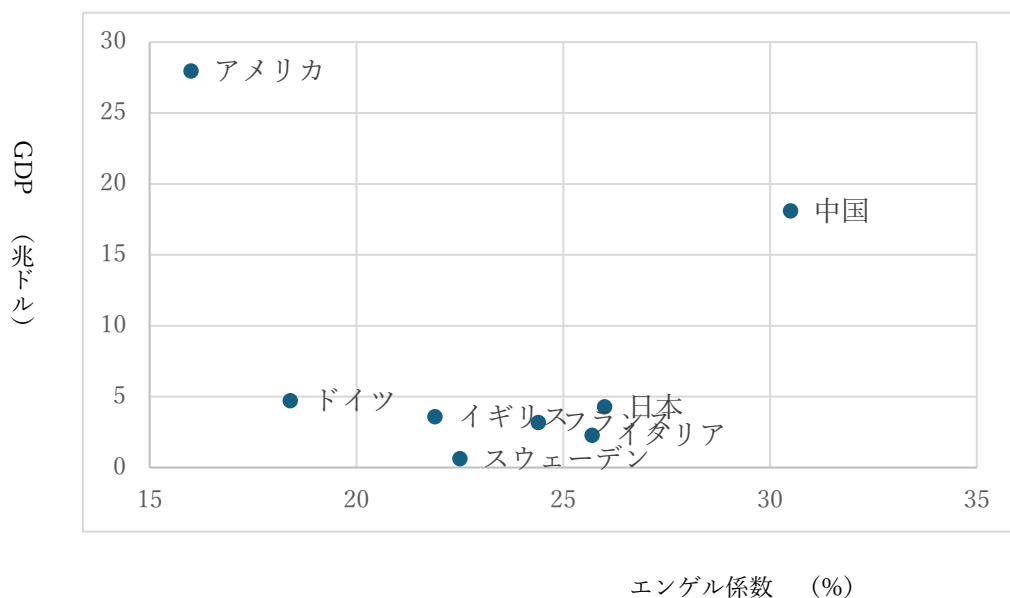
また、 $\sqrt{a} > 0$ 、 $\sqrt{b} > 0$ であるので、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} > 0$ である。よって、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ は $ab$ の正の平方根である。つまり、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ である。

(5)  $k$ は正の実数であるから $k^2$ も正の実数であり、 $\sqrt{k^2} = k$ である。

(4)の結果から $\sqrt{k^2 a} = \sqrt{k^2} \times \sqrt{a} = k \times \sqrt{a} = k\sqrt{a}$ である。

## 2 データサイエンス分野 出題例

(1) 下記の散布図を見ると、各点は全体に散らばっており、右上がり（正の相関）や右下がり（負の相関）といった特定の傾向を示す直線を引くことは困難である。具体的には、エンゲル係数が低くてもGDPが高い国（アメリカ）もあれば、エンゲル係数が高くてもGDPが高い国（中国）もある。したがって、このデータから判断する限り、GDPとエンゲル係数の間に明確な相関関係があるとは言えない。



(2) GDPをそのまま使用することは問題である。

なぜなら、GDPは国全体の経済規模を表す指標であり、人口規模の影響を強く受ける。一方、エンゲル係数は家計（個人）単位の支出割合を示す指標である。国単位の指標と個人単位の指標では性質が異なるため、直接比較することは統計的に不適切である。

それゆえ、エンゲル係数と比較するには、GDPも個人単位の指標にするべきである。そのためには人口の影響を除去した「一人当たりGDP」を用いるべきである。これにより、どちらも個人単位の豊かさに関する指標になり適切に比較できる。

(3) 豊かさの指標として「一人当たりGDP」を用いるべきである。

GDPは国の総生産力（稼ぐ力）を表しており、これを一人当たりにすることで、国民一人あたりの平均的な経済力を示すことができる。計算が簡単で、国際比較も容易である。

エンゲル係数は、家計レベルの生活実感を反映するので豊かさの指標として一定の有

用性がある。しかし、各国の物価水準に影響されることや、食文化や高級志向など、豊かさ以外の要因で数値が変動することがある。例えば、美食文化がある国では、豊かでもエンゲル係数が高くなる可能性がある。

相対的貧困率は、貧困の状況を直接的に示す指標である。しかし、国内の「格差」を示す指標であり、国全体の「豊かさの水準」を示すものではない。また、貧困ラインの基準（中央値の50%）が、実際の生活困難度と一致するかは国によって異なる。

ジニ係数は、所得分配の不平等度を客観的に測定する指標である。しかし、これも国内の「格差」の指標であり、「平均的な豊かさ」を示すものではない。例えば、全員が等しく貧しい国では、ジニ係数は良好な値を示す可能性がある。

以上より、国際比較における「豊かさの指標」としては、算出が容易で比較可能性が高く、国民の平均的な経済力を直接的に示す「一人当たりGDP」が最も適切である。なお、税率や社会保障制度の違いは考慮されていないという限界はあるが、これらは国ごとに多様であるため、基本的な豊かさの比較指標としては「一人当たりGDP」を用いることは妥当である。